

Title	曲線ノ長サノ有限性ヲ保ツ寫像ニ就テ
Author(s)	南雲, 道夫
Citation	全国紙上数学談話会. 27 p.1-p.2
Issue Date	1935-01-25
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74003
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

81. 曲線ノ長サノ有限性ヲ保ツ寫像ニ就テ

南雲道夫

年モ改マリ、次第ニ又數物ノ大會が近ヅイテ來タノデ、ソロソロ年會ニ発表ノ研究ヲ考ヘネバナラナイ頃トナリマシタ。平日アマリ研究モシテ居ラヌノニ、紙上談話會デ度々打明ケテシマフト、大會デハ発表スベキ種が無クナツテシマヒマスカラナルベク紙上談話會ニハ不本意ナガラモ御無沙汰致シタイノデス。然シ翻ツテ考ヘテ見ルト物ハ考ヘ様デ、紙上談話會ニ出シタ事ト同ジコトヲ數物ノ大會デ又繰返シテモ、別ニ支障ハ全ク無イ筈。ノミナラズ平素皆様ノ耳ニサレタツマラヌ事ヲ再ビ大會場デ講演スルトナレバ『ア、又アノ話カ!』トアツサリ聞イテ戴ケマス故、二三十分モカゝル様ナ話デモ、サット十分カ五分デスマセテ、長タラシク皆様ニ御迷惑ヲ掛ケズニスムデセウ。勝手ナ事ヲ述ベタテゝスミマセン、急イデ本論ニ入リマセウ。

扱テ 25 号デ距離空間 (*metrischer Raum*) ニ於ケル曲線ノ長サヲ定義シマシタ。問題ハ『ニツノ互ニ *homöomorph* ナ距離空間 $\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2$ がアツテ、 \mathcal{R}_1 ニ於ケル有限ナ長サノ曲線が常ニ \mathcal{R}_2 ニ於ケル有限ナ長サノ曲線ニ對應スル様ナ \mathcal{R}_1 ト \mathcal{R}_2 トノ *topologische Abbildung* 如何』ト言フ事デス。一般ノ場合ハ出來マセンが、 \mathcal{R}_1 が *Kompakt* デ測地的 (\mathcal{R}_1 ノ任意ノ二点 P, Q ニ對シテ、 $\rho(P, Q)$ ニ等シイ長サノ P, Q ヲ結ゲ曲線が \mathcal{R}_1 内ニ存在スルコト) ナ場合ニハ次ノ様ナ結果ヲ得マシタ。

\mathcal{R}_1 ノ任意ノ点 P, Q ニ對應スル \mathcal{R}_2 ノ点ヲ P', Q' トシ、 \mathcal{R}_1

ニ於ケル距離ヲ $\rho_1(P, Q)$, $\rho_2 =$ 於ケル距離ヲ $\rho_2(P', Q')$ ト
スル。シカラバ ρ_1 が測地的デ *Kompakt* ナル場合ニ於テ、
曲線ノ長さノ有限性ヲ保ツ寫像ノタメノ充分條件ハ;

$$\rho_2(P', Q') \leq M \rho_1(P, Q) \quad (M > 0)$$

ナル有限ノ定数 M が存在スルコトデアル。

〔証明〕 充分ナル事ハ明ラカデセウ。必要ナコトハ帰謬
法ヲ用ヒレバ出來マス。

$$\frac{\rho_2(P'_n, Q'_n)}{\rho_1(P_n, Q_n)} \rightarrow +\infty \quad \text{ナル点列ヲ考ヘマスト,}$$

ρ_1 が *Kompakt* デスカラ、 P_n, Q_n ハ一 A ニ收斂スル様ニ
選ベマス。 $(\rho_1(P_n, Q_n) \rightarrow 0$ トナリマス; $\rho_2(P', Q')$ が有界
デスカラ)。

又 P_n ヲ適當ニトバシテ取レバ

$$\frac{\rho_2(P'_n, Q'_n)}{\rho_1(P_n, Q_n)} > 2^n \quad \text{且ツ} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \rho_1(P_{n-1}, P_n) = \text{有限}$$

トナリマス。自然数 N_n ヲバ

$$1 \geq \rho_2(P'_n, Q'_n) \cdot N_n > \frac{1}{2}$$

ナル様ニ選ビマス。シカラバ

$$\sum_{n=1}^{\infty} \rho_1(P_{n-1}, P_n) + N_n \{ \rho_1(P_n, Q_n) + \rho_1(Q_n, P_n) \} = \text{有限}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \rho_2(P'_{n-1}, P'_n) + N_n \{ \rho_2(P'_n, Q'_n) + \rho_2(Q'_n, P'_n) \} = +\infty$$

カクテ ρ_1 デハ P_{n-1} ヨリ P_n = 至ル最短曲線ト、 P_n ト Q_n トノ
間ヲ N_n 回往復スル (最短曲線ニ沿フテ) ノヲ全部加ヘタ曲
線が有限ナ長サトナリ; ρ_2 デハ之ニ相當スルモノが無限ニ
長クナリマス。(以上) —— (一月十九日) ——